REGISTRO DE EXPERIENCIA PEDAGÓGICA

¿Reducir... o convertir?

(El aprendizaje y la enseñanza de las mediciones en la formación docente inicial del Profesor de Matemática)

Institución:

I.S.F.D. “Mariano Moreno”. Bell Ville. Córdoba

Carrera:

Profesorado en EGB 3 y Polimodal de Matemática

Autores:

Profesoras:

María Alejandra Pellegrino y María del Carmen Chiappero

Estudiantes:

Marina Bedetti, Natalia Calvo, Eliana Esquivel, Marisa Fuentes, Pablo Liai, Marina Maraschín, Cecilia Miatello, María Parra, Sofía Rey, Vanesa Rovera.

Curso:

Tercero

Asignaturas:

Matemática y su Enseñanza I – Práctica Docente III

Objetivos:

- Comprender aspectos centrales de la enseñanza de la Matemática desde una perspectiva que contemple la relación construida con el saber matemático a lo largo de las experiencias vividas en las trayectorias escolares de los estudiantes.
- Promover la reflexión acerca de las características de la actividad matemática en la escuela. El tipo de trabajo matemático que se genere en los estudiantes debe apuntar a una concepción en la que los "objetos que serán enseñados" pueden abordarse desde distintos puntos de partida y a través de distintos recorridos, y que las relaciones que se pueden producir en ese proceso no están predeterminadas ni acotadas.
- Generar debates acerca de la importancia de contemplar el análisis didáctico, ya que éste aporta a la comprensión de los problemas de la enseñanza en las aulas y a la discusión de posibles cursos de acción.
- Considerar la discusión acerca del "saber qué enseñar o saber cómo enseñar", puesto que en la actualidad existe una clara tensión entre el saber disciplinario "fragmentado" y la necesidad, cada vez mayor, de integración de saberes.

Fundamentación:

En el Espacio Curricular "Matemática y su Enseñanza I" en tercer año del Profesorado de Matemática abordamos la Enseñanza de los distintos contenidos que se desarrollan en la Escuela Secundaria.
En el Instituto "Mariano Moreno", desarrollamos parte del mismo en cátedra compartida con Práctica Docente III. Desde estas asignaturas, nos proponemos formar futuros docentes emprendedores, creativos, autocríticos, en permanente búsqueda de soluciones alternativas; que se preparen para ser futuros profesionales, capacitados y actualizados en conocimientos matemáticos y didácticos, íntimamente relacionados entre sí. Ellos deben dar respuestas a preguntas tales como, qué matemática enseñar y cómo enseñar dicha matemática.
Para ello, proponemos en nuestras clases un trabajo que tenga en cuenta en primer lugar los conocimientos previos de los estudiantes, sus vivencias como alumnos del nivel primario y secundario atendiendo a las limitaciones en el proceso de formación de conceptos matemáticos (obstáculos epistemológicos), y lo que observan a diario en la enseñanza actual[1]. En segundo término propiciamos un clima de trabajo donde ellos sean verdaderos protagonistas en la resolución de problemas (desarrollando competencias prioritarias como la comprensión y producción de textos orales y escritos; el análisis y resolución de problemas; el trabajo en colaboración para aprender a interactuar y relacionarse; la búsqueda y procesamiento de la información). En un tercer momento, ellos planifican clases, a partir de un modelo aproximativo de enseñanza, planteando problemas significativos para los alumnos de nivel secundario. Seleccionan estrategias didácticas que permitan superar los obstáculos epistemológicos, y así facilitar a los adolescentes, el proceso de aprendizaje de la matemática. Luego realizan sus prácticas de ensayo, reflexionan sobre las mismas, y proponen nuevas estrategias.
Uno de los contenidos que trabajamos es la enseñanza de las Mediciones. El principal objetivo que nos proponemos es indagar los conocimientos previos, obstáculos epistemológicos ("reducir"), para luego abordar la enseñanza de las Mediciones con sentido, que los estudiantes construyan y no que realicen "reducciones" mecánicamente y se limiten a realizar cálculos de perímetros, áreas y volúmenes aplicando fórmulas con poco significado. La construcción mental del concepto de medida es un proceso complejo, y transversal, teniendo en cuenta que en él convergen naturalmente el número, la geometría y el mundo físico.[2]
Presentamos una propuesta adaptada de "La Medida sin pases mágicos"[3], que propicia un espacio donde los futuros docentes vivencian situaciones problemáticas que les permiten revisar y/o reconstruir los conocimientos previos.

Desarrollo de la actividad

Como formadoras de docentes, planificamos la clase, seleccionando una secuencia de situaciones problemáticas y realizando el análisis didáctico a priori. A los fines de que los estudiantes construyan mentalmente el concepto de medida, proponemos una clase dentro del modelo aproximativo, "partiendo de ´modelos`, de concepciones existentes en el alumno y ´poniéndolas a prueba` para mejorarlas, modificarlas o construir nuevas".[4]

---

[1] Estos estudiantes realizan registros etnográficos de clase, prácticas de ensayo e investigación educativa en 2º y 3º año.
[2] Contenidos Básicos Comunes. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación. 1995.
[3] Corso, La Mensa. "La Matemática: del Conflicto al diálogo" Ed. Aique. 1999
[4] Parra, Saiz (comps). Didáctica de las matemáticas. Ed. Paidós. 1994

Les preguntamos a los estudiantes qué significan para ellos los prefijos, *kilo, hecto, deca, deci, centi, mili*. A pesar de haberlos empleados durante varios años, no sólo en la escuela sino también en la vida cotidiana, les resulta dificultoso responder. Entre todos llegamos a expresar lo que significa cada uno de ellos.
A continuación presentamos las siguientes situaciones problemáticas, para ser resueltas en equipo y las distintas estrategias realizadas por los distintos grupos de alumnos para cada situación planteada, sobre las cuales se organiza un trabajo de reflexión posterior e investigación.

1. *¿Cuántos cm hay en 7 m?*

Los estudiantes realizan distintas estrategias.
Estrategia 1: Utilizando la clásica regla, corren la coma hacia la derecha, teniendo en cuenta la tabla:

km – hm – dam – m – dm – cm – mm.

Estrategia 2: Emplean proporcionalidad, expresando:

si 1 m = 100 cm, entonces 7 m = 700 cm.

2. *¿Cuántos mg hay en ½ g?*

Estrategia 1: Aplican la regla, a partir de la tabla:

kg – hg – dag – g – dg – cg – mg, corriendo la coma hacia la izquierda.

Estrategia 2: Razonan:

Si 1 g = 1000 mg, entonces la mitad de un gramo es 500 mg.

Hasta aquí quienes recuerdan la clásica "tabla", "reducen" y obtienen el resultado. Quienes no, conociendo el significado de los prefijos, recurren a la proporcionalidad para resolver el problema. Relacionando ambos procedimientos, se entiende por qué se "corre la coma" cuando es necesario convertir magnitudes. Es decir que ese "correr la coma" equivale a multiplicar (o dividir) por 10, por 100, por 1000. Obteniendo un número 10, 100, 1000 veces mayor si la unidad a la que debemos realizar la conversión es 10, 100, 1000 veces menor.
Es decir que existe una proporcionalidad inversa entre el número que obtenemos y la unidad en la que lo vamos a expresar. No "se reduce". Las medidas que se obtienen son equivalentes. En algunos casos el número aumenta y en otras disminuye. Por ello es necesario hablar de CONVERSIÓN en lugar de REDUCCIÓN.

3. *¿Qué parte del dl es el ml?*

Estrategia 1: Piensan:

" ml – cl – dl " y corren la coma dos lugares a la izquierda del 1, quedándole 0,01 = 1/100.

Estrategia 2: Indican que:
el ml es la milésima parte del litro,
el cl es la centésima parte del litro, → el ml es la centésima parte del decilitro.
En este caso, a quienes la memoria les permite recordar la tabla, lo resuelven auxiliándose de la misma; quienes poseen menos memoria pueden realizar un razonamiento que les permite resolver el problema.

4. *¿Cuántos trozos de 1 dm se pueden obtener con una cinta de 5 m?*

Estrategia 1: Hicieron la "reducción":

5 m a dm = 50 dm.

Estrategia 2: Plantean: si 1 m = 10 dm, entonces 5 m = 50 dm.

5. *¿Cuántos saquitos de té de 2 g cada uno, se necesitan para obtener 2,5 kg?*

Estrategia 1: Haciendo el pasaje:

de 2,5 kg a g, "reduciendo".
Luego dividen 2500 g : 2 g = 1250 saquitos.

Estrategia 2: Empleando proporcionalidad:

si 2,5 kg = 2500 g . Luego dividen 2500 g : 2 y g se obtienen 1250 saquitos.

6. *En un balde de 6 l se han volcado 40 vasos de agua de 1 dl cada uno. ¿Cuánto falta para llenarlo?*

Estrategia 1: Plantean:

40 vasos de 1 dl cada uno → 40 dl → 4 l; para llenarlo faltan 2 l.

Estrategia 2: Indican:

6 l → 60 dl
40 vasos de 1 dl → 40 dl
para llenar el balde faltan 20 dl.

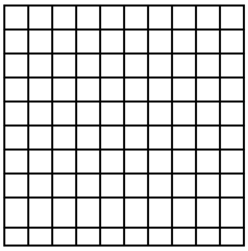
Estrategia 3: También realizan el siguiente razonamiento:

40 vasos → 40 dl → 4 l
6 l son 60 dl, es decir que faltan 20 vasos.

Tres respuestas aparentemente distintas responden al mismo problema. Al validar los estudiantes pueden demostrar la validez de sus razonamientos.

7. *¿Cuántos cuadrados de un centímetro cuadrado son necesarios para cubrir un cuadrado de un decímetro cuadrado?*

Estrategia 1:[5]



1 dm = 10 cm

$\boxed{1\ dm^2 = 100\ cm^2}$

1dm = 10 cm

Estrategia 2: "Reducen", utilizando la tabla, "corriendo la coma" 2 lugares

$m^2 - dm^2 - cm^2 - mm^2$

1 00

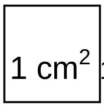
Analizando, observan que cuando es necesario realizar una equivalencia de una cantidad en otra unidad de área es necesario multiplicar (o dividir) por 100, 10.000, etc., esa es la explicación de por qué se corre la coma de dos en dos cuando trabajamos con unidades de área. No se "reduce", se obtienen áreas equivalentes expresadas en distintas unidades. Se ha realizado una "conversión".

8. *¿Cuántos mm^2 hay en 2 cm^2?*

Estrategia 1: El grupo que está afianzado con las "reducciones":

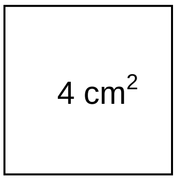
corre la coma dos lugares y responde 200 mm^2.

Estrategia 2: Un grupo considera:



1 cm

1 cm



2 cm = 20 mm

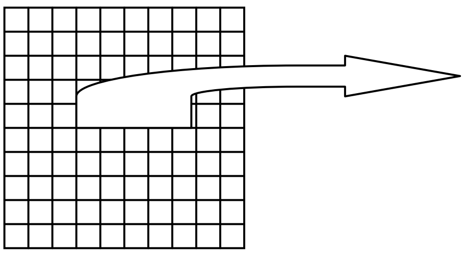
2 cm = 20 mm

Por lo que concluyen que:

$$20\ mm \times 20\ mm = 400\ mm^2$$

Estrategia 3: Dibujan:

1 cm = 10 mm



$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

1 cm = 10 mm

Luego, por proporcionalidad, si $1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$2\ cm^2 = 200\ mm^2$

Al realizar la validación el segundo grupo (estrategia 2) reflexiona sobre las producciones de los demás grupos, razona y rectifica su error.

9. *¿Cuál es el perímetro de 1 m^2?*

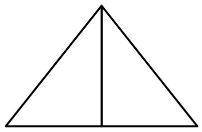
La respuesta inmediata de todos los grupos es: 4m

Profesora: ¿Por qué?

Estudiantes: 1 m^2 es un cuadrado de 1 m x 1m, entonces el perímetro es 4 m.

[5] Los dibujos no se realizan en escala, sólo son una representación.

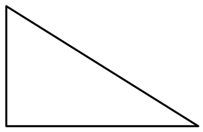
Profesora: ¿es la única posibilidad?
Estudiantes: Sí (responden muy seguros).
Profesora: ¿Cuál es el área de un rectángulo de 2 m x ½ m?
Estudiantes: 1 m^2.
Profesora: ¿Cuál es su perímetro?
Con sorpresa, descubren que no es 4 m sino 5.
Profesora: ¿Existe alguna otra posibilidad?
Cada grupo, indica:
Respuesta 1: Puede ser un rectángulo de 4 m x 25 cm, entonces el perímetro será 8,5 m
Respuesta 2: Puede ser un rectángulo de 3 m x 1/3 m, cuyo perímetro será 6,66 m (ya que en general todos expresan el resultado en números decimales, como se utiliza en la vida cotidiana). Podría haberse solicitado que lo dejen expresado en decimales, si el objetivo fuera incluir el abordaje de ese conjunto numérico. Esto es comentado con los alumnos.
* ¿Puede ser un triángulo?, pregunta una estudiante.
Se analiza la pregunta y se concluye que es posible.
Respuesta 3: Un grupo considera la posibilidad de un triángulo isósceles de 2 cm de base y 1 de altura



$Hip^2 = cat_1^2 + cat_2^2$
$Hip^2 = (1\ cm)^2 + (1\ cm)^2$
$Hip^2 = 1\ cm^2 + 1\ cm^2$
$Hip^2 = 2\ cm^2$
$Hip = \sqrt{2cm^2}$
$Hip = \sqrt{2}$ cm
Hip = 1, 41 cm

Perímetro del triángulo = 2 cm + 1,41 cm + 1,41 cm
Perímetro del triángulo = 4,82 cm
Esto podría haberse expresado como una suma de racionales e irracionales si se deseara integrar ese contenido. En este caso se permite la tendencia de los alumnos de usar decimales, haciendo la observación correspondiente.
A continuación preguntamos si el perímetro hubiese sido el mismo si el triángulo tuviera la misma base y la misma altura, pero fuera rectángulo.

Respuesta 4:



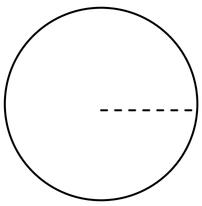
$Hip^2 = cat_1^2 + cat_2^2$
$Hip^2 = (2\ cm)^2 + (1\ cm)^2$
$Hip^2 = 4\ cm^2 + 1\ cm^2$
$Hip^2 = 5\ cm^2$
$Hip = \sqrt{5cm^2}$
$Hip = \sqrt{5}$ cm
Hip = 2,24 cm

Perímetro del triángulo = 2 cm + 1cm + 2,24 cm
Perímetro del triángulo = 5,24 cm

Llegan a la conclusión que en el caso de los triángulos el perímetro aproximado será de 5 cm, pero que variará en cada caso.

Otro grupo que se pregunta si podría ser un círculo, desarrolla lo siguiente:

Respuesta 5:



Área = $\pi \cdot r^2$
$1\ m^2 = 3{,}14 \cdot r^2$
$\frac{1m^2}{3{,}14} = r^2$
$0{,}32\ m^2 = r^2$
$\sqrt{0{,}32m^2} = r$
0,56 m = r
1,12 m = d

Long. circunf. = π . d; Long. circunf. = 3,14 . 1.12 m; Long. circunf. = 3,52 m

Concluyendo que de todas las figuras, la de menor perímetro/longitud, es la circunferencia.

Surge entonces la pregunta de una alumna:

*** "Una hectárea, ¿puede ser circular?"**
Lo discuten, teniendo en cuenta lo desarrollado, y observan que una superficie circular puede tener un área de una hectárea, no hay impedimento para que lo sea.

Este problema tiene infinitas soluciones.

10. *¿Qué superficie tiene un cuadrado de 12 cm de perímetro?*

Estrategia: El cuadrado tiene 4 lados iguales, por lo que:

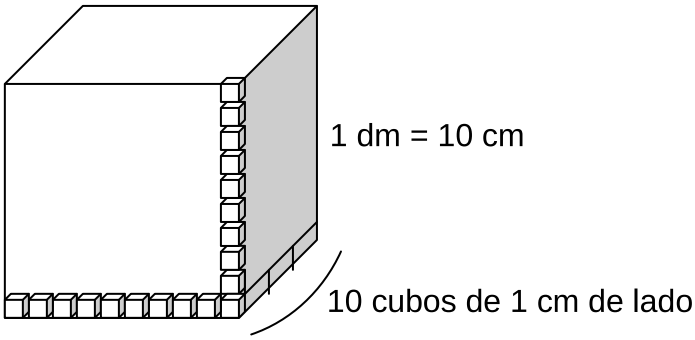
$$12 \text{ cm} : 4 = 3 \text{ cm}$$

Al realizar la pregunta si existe otra posibilidad, si bien lo piensan un momento, la respuesta es:
- ¡No!!, si es un cuadrado hay una sola posibilidad.

Reflexionamos sobre la importancia de presentar problemas que tengan varias soluciones, problemas que tienen una única solución, problemas que tengan un número finito de soluciones y/o problemas que no tengan solución.

11. *Supongamos que disponemos de un cubo de un decímetro de lado y cubos de un centímetro de lado, ¿cuántos centímetros cúbicos son necesarios para llenar un decímetro cúbico?*

Estrategia 1: Representan:



Calculan:

$$10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$$
$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

Estrategia 2: Para cubrir la base necesitan 100 cubos. Para llenar el cubo mayor necesitarán 10 capas de 100 cubos, lo que es igual a 1000 cubos. Es decir:

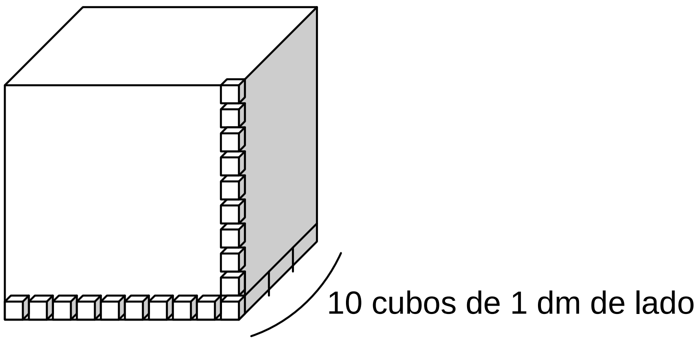
$$1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

*Estrategia 3: "*Reducen", utilizando la tabla, "corriendo la coma" 3 lugares

m^3 - dm^3 - cm^3 - mm^3
1 000

12. *Si la arista de un cubo es de 1 metro, ¿cuál es su volumen?, ¿cuál es el volumen de cada uno de los cubos más pequeños?, ¿cuántos de estos son necesarios para formar el cubo de 1 metro de arista?*

Estrategia:



Al igual que en el anterior, para cubrir la base se necesitan 100 cubitos, por lo tanto, para llenar el cubo grande, 1000 cubos. O sea: $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$

A su vez, anteriormente se dijo que para $1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$, por lo tanto

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1.000.000 \text{ cm}^3$$

De la misma manera, $1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$, entonces, podemos decir que:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1.000.000 \text{ cm}^3 = 1.000.000.000 \text{ mm}^3$$

Así concluimos que cuando es necesario convertir unidades de volumen, es necesario multiplicar (o dividir) por 1000, 1.000.000, etc., esta es la explicación de por qué se corre la coma de 3 en 3. Es incorrecta la expresión "Reducir 1 m^3 a dm^3", ya que se obtienen volúmenes equivalentes expresados en distintas unidades.

Estudiantes y docentes, reflexionamos sobre el significado de lo que habitualmente se entiende como "reducir".
Los estudiantes, futuros docentes, concluyen que no siempre se reduce el número ya que muchas veces se agranda, es decir que el término "reducir" no tiene la acepción cotidiana. Existe una relación de proporcionalidad inversa entre el número y la unidad que se utiliza.

Expresan, por ejemplo, que si tienen que ver cuántos cm^3 entran en 1 m^3, "te parece que lo achicás y en realidad se agranda", "hablamos de cubos de 1 cm^3, que son más chiquitos" .
Destacan la importancia de utilizar proporcionalidad para poder resolver situaciones.
Finalmente concluimos en que el significado del término "reducir" en realidad se presenta como un obstáculo, dado que lo que se hace efectivamente es buscar una equivalencia, o sea simplemente se hace una conversión.

Cuando reflexionamos sobre las dificultades que se les presentaron, responden:
- "Al principio, ¡muchas!!"
- "En un comienzo tratamos de aferrarnos al mecanismo, que a su vez no recordamos bien"
- "Al calcular el perímetro de un dam^2, de inmediato pensamos en 1 dam por 1 dam, porque estábamos aferrados al cuadrado y no nos resultaba posible pensar en otras figuras."

También destacan que les resultó significativo observar la relación perímetro-área. Es posible conservar el área y variar el perímetro.
Comentan que muchas veces los docentes enseñan una tabla (por ejemplo: km – hm – dam – m – dm – cm – mm), los alumnos la memorizan y luego, se les dice que las demás son iguales, que solo deben cambiar una letra, reemplazando la "l" por la "m" si tiene que expresar unidades de capacidad en lugar de longitud (kl – hl – dal – l – dl – cl – ml).

Una de las estudiantes, que a su vez es una profesional universitaria, expresa:
* "Siempre había realizado las "reducciones" pero mecánicamente, sin analizar su verdadero significado. Recién ahora entiendo bien por qué corría tres lugares la coma".

Los estudiantes, futuros docentes, recibieron durante su escolaridad en los distintos niveles, una enseñanza basada en la transmisión de un contenido acabado; generalmente los docentes piensan que el aprendizaje de la medida no ofrece demasiadas dificultades puesto que su uso es muy frecuente en actividades de la vida cotidiana.

El desarrollo de estas actividades permite a los futuros docentes vivenciar la resolución de problemas, presentar diversidad de estrategias, analizar obstáculos epistemológicos y lograr tomar conciencia de los saberes adquiridos, generando un espacio de reflexión matemática de mayor nivel de abstracción.

Finalmente les proponemos que seleccionen y secuencien situaciones didácticas para enseñar este contenido en el Nivel Secundario. Consultan la Propuesta Curricular de la Provincia de Córdoba, los NAP y gran variedad de textos de Nivel Secundario, de 1º, 2º y 3º año. Identifican y analizan distintas situaciones problemáticas, de acuerdo con los contenidos que deberán enseñar. Leen y analizan distintas propuestas editoriales, observan que existe bibliografía de los últimos años que no acuerda con las prescripciones curriculares, y otras muy interesantes y significativas que desde el prólogo ya se puede entender cuál es la concepción de qué, cómo, para qué enseñar matemática, que acuerdan con los lineamientos curriculares vigentes.

Cada vez es mayor el fracaso de los alumnos en Matemática. Pretendemos que los futuros docentes "vivencien" clases de matemática distintas, que se formen para generar actitudes positivas hacia la matemática, en sus futuros alumnos. Por lo general, observamos en las prácticas que existe una tendencia a repetir sus propias matrices de aprendizaje. Por lo que es de fundamental importancia que los futuros docentes reflexionen, a partir de los aspectos teóricos de dos ciencias inseparables como la matemática y la didáctica de la matemática, sobre:
- ✓ **sus saberes y sus formas de aprender;**
- ✓ **los saberes y las formas de aprender de sus alumnos,**

puesto que el aprendizaje supone la intervención de dos protagonistas, el que enseña y el que aprende, los cuales comparten un espacio donde la posibilidad de “crecer” es una “realidad” para ambos.
La enseñanza de la matemática es una problemática compleja; no admite soluciones definitivas y no puede resolverse mediante “recetas”; por el contrario es un proceso que admite diferentes vías, diferentes estrategias, con atajos, avances y retrocesos, y en el que es de fundamental importancia la interacción del docente con sus pares y con sus alumnos.

Por eso es tan importante que los futuros docentes estudien el problema de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. La matemática se considera muy importante en todos los cursos de la escolaridad por su valor social, formativo e instrumental. Sin embargo, observamos que en la mayoría de los casos, genera miedo, aburrimiento, incomprensión a los alumnos y “que hay muchos docentes que en las clases de matemática la pasan mal y lo plantean casi en términos de lucha” (Carmen Sessa, Patricia Sadovsky, 2005).
Sólo es posible reorientar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en las aulas, a partir de un cambio de actitud y un cambio metodológico en nuestras prácticas, desde la formación inicial del profesor de matemática.